



Vittorio Casella

Laboratorio di Geomatica - DICAR - Università di Pavia

email: vittorio.casella@unipv.it



Distribuzioni di probabilità sulla retta

License/Licenza



This document is © 2013 **Vittorio Casella, University of Pavia, vittorio.casella@unipt.it**, available under the **creative commons 3.0 license**.

You are free:

to Share — to copy, distribute and transmit the work

to Remix — to adapt the work

to make commercial use of the work.

Under the following conditions:

Attribution — You must attribute the work in the manner specified by the author (see the red text above) or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).

Share Alike — If you alter, transform, or build upon this work, you may distribute the resulting work only under the same or similar license to this one.

See <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/> for details.



Questo documento è ©2013 **Vittorio Casella, Università di Pavia, vittorio.casella@unipv.it**, disponibile sotto la **licenza creative commons 3.0**.

Tu sei libero:

di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera

di modificare quest'opera

di usare quest'opera per fini commerciali

Alle seguenti condizioni:

Attribuzione — Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore (vedo testo in rosso sopra) o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.

Condividi allo stesso modo — Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

Per dettagli: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.it>

Le misure di precisione come fenomeni aleatori

Le misure di precisione sono certamente fenomeni aleatori

Consideriamo ad esempio la misura di un angolo con un teodolite elettronico: l'insieme degli eventi elementari è finito ma davvero molto grande: i numeri con 4 cifre decimali compresi fra 0 e 400

Gli statistici hanno capito che è più semplice pensare che gli eventi elementari per una misura di precisione siano tutti i numeri reali

IN tale quadro non ha senso parlare di probabilità che una ripetizione di una misura dia un certo numero; ciò che interessa è la probabilità che una misura cada in un intervallo $[a, b]$

Se per un certo fenomeno aleatorio si conosce la probabilità di ogni intervallo $[a, b]$, quel fenomeno è descrivibile nei termini di una variabile casuale continua

X

La variabili casuali continue

Quando si conosce la probabilità di ogni intervallo del tipo

$$]-\infty, c] \quad \forall c$$

Si dice di essere in presenza di un vc continua X .

Resta definita la *funzione di distribuzione*

$$F_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F_X(c) := P\{X \in]-\infty, c]\}$$

che, per come è definita, ha le seguenti proprietà

$$\lim_{c \rightarrow -\infty} F_X(c) = 0$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} F_X(c) = 1 \tag{1}$$

$$F_X(a) \leq F_X(b) \quad \forall a, b \in \mathbb{R}, a \leq b$$

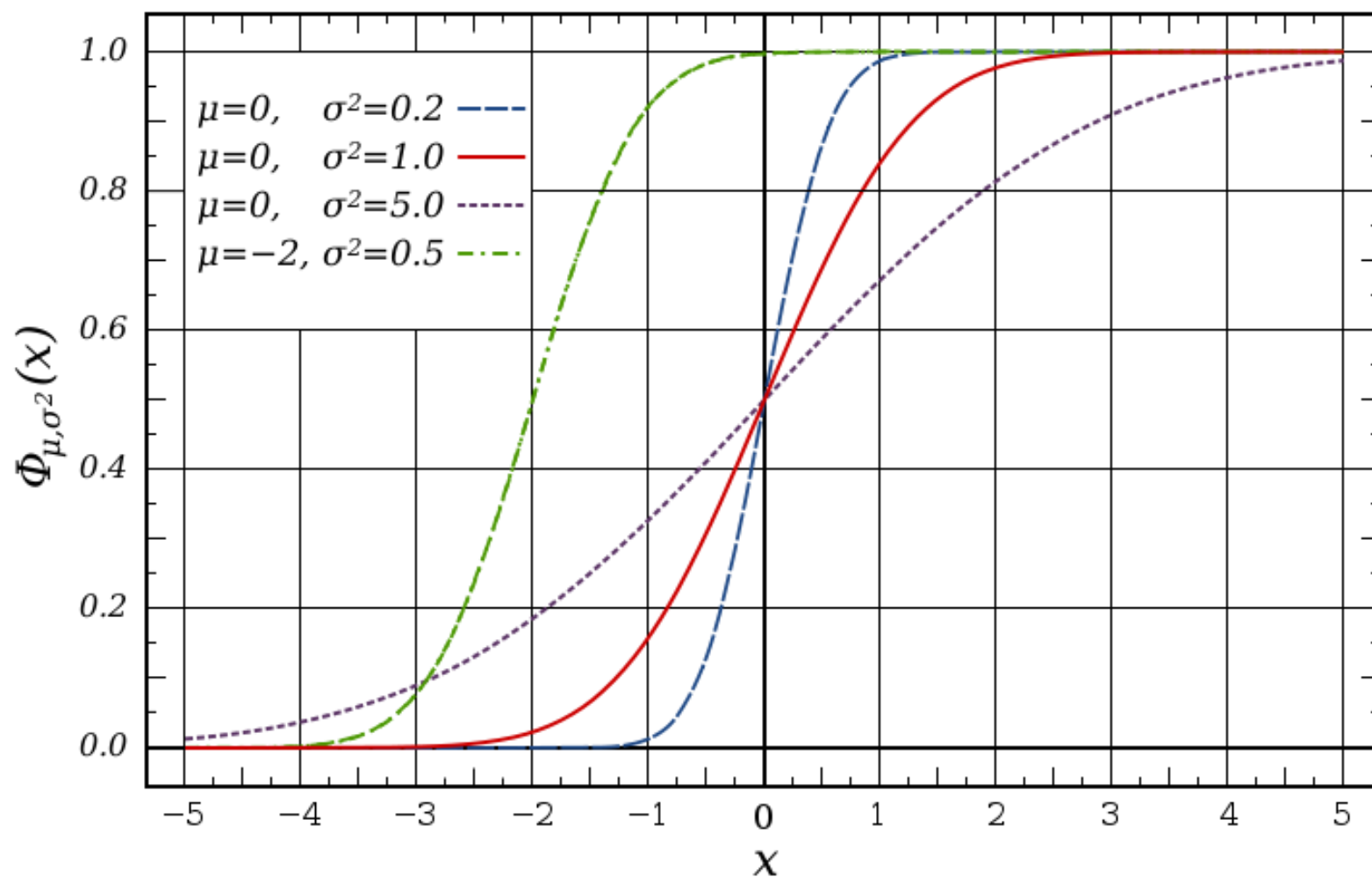
La variabili casuali continue - 2

Viceversa, ogni funzione avente le caratteristiche (1) definisce una vc continua. Esse sono certamente infinite.

La F_x consente di calcolare la probabilità di un qualunque intervallo $[a, b]$

$$P\{X \in [a, b]\} = F_x(b) - F_x(a) \quad (2)$$

Esempi di funzioni di distribuzione per vc continue

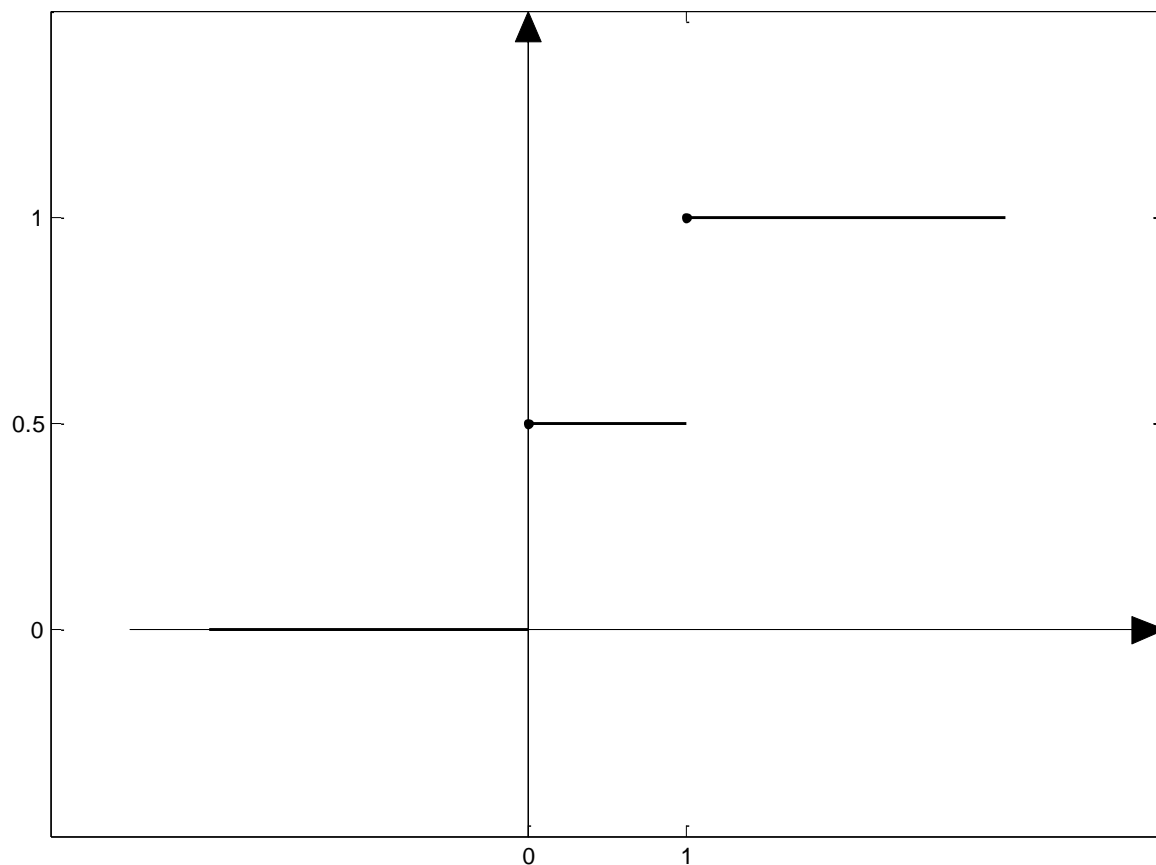


Esempi di funzioni di distribuzione per vc discrete ma immerse nella retta

Funzione di distribuzione per la vc moneta in cui è stata fatta l'associazione

Testa->0

Croce->1



La funzione densità di probabilità

Se la F_X di una vc X è differenziabile allora si definisce la *funzione densità di probabilità* f_X nel modo seguente

$$f_X(c) := \frac{d}{dc} F_X(c)$$

Che può essere invertita per il teorema fondamentale del calcolo integrale

$$F_X(c) = \int_{-\infty}^c du f_X(u) \quad (3)$$

La densità di probabilità ha certe proprietà

$$f_X(c) \geq 0 \quad \forall c \in \mathbb{R}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} du f_X = 1 \quad \rightarrow \quad \lim_{|u| \rightarrow +\infty} f_X = 0 \quad (4)$$

La funzione densità di probabilità – 2

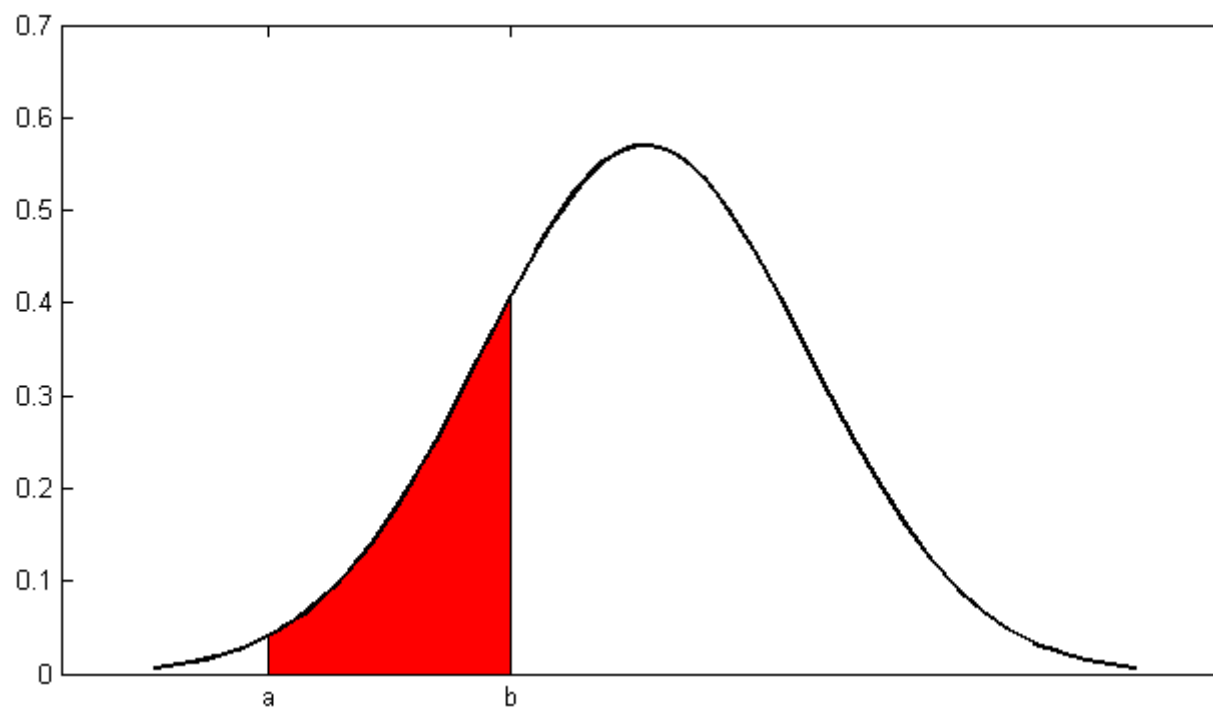
Viceversa ogni funzione avente le proprietà (4) definisce una vc continua.

Dalla (2) e (3) si ha

$$\begin{aligned}P\{X \in [a, b]\} &= F_X(b) - F_X(a) = \\ &= \int_{-\infty}^b du f_X(u) - \int_{-\infty}^a du f_X(u) = \\ &= \int_a^b du f_X(u)\end{aligned}$$

Probabilità come area sottesa

La funzione densità di probabilità – 3



[grafico_area_sottesa.png]

$$P\{X \in [a, b]\} = \int_a^b du f_X(u)$$

Esempi delle densità di probabilità e delle corrispondenti funzioni di distribuzione

