

Vittorio Casella

DIET – Università di Pavia

email: vittorio.casella@unipv.it

Variabile casuale che è funzione di un'altra

Dispense

Le misure indirette

Limitiamoci al caso unidimensionale.

Vogliamo determinare l'area di un quadrato a partire dalla misura del lato.

- L vc che descrive la misura del lato
- A vc che descrive la misura (indiretta) dell'area

Si dice che A è funzione di L e in particolare

$$A = L^2$$

VC funzione di un'altra

Ma A e L non sono numeri, né funzioni, ma vc. Che cosa significa esattamente prendere il quadrato di un vc?

Che cosa significa che fra la vc X e la Y esiste il legame

$$Y = g(X)$$

La definizione rigorosa richiede un certo sforzo.

Nelle note ci limitiamo a quest'idea. Se x_i sono estrazioni dalla vc X , allora $g(x_i)$ sono estrazioni dalla vc Y e la definiscono.

VC funzione di un'altra - 2

Se le misure di distanza

10,104

10,096

10,111

10,099

Sono estrazioni da L , allora i loro quadrati

102,091

101,929

102,232

101,990

Sono estrazioni da A e questo definisce che cosa sia A .

Teoremi sulla vc funzione di un'altra

X e Y vc legate dalla relazione

$$Y = g(X)$$

Teorema 1 – Trasformazione lineare di una normale

Se $X = N[\mu_x, \sigma_x]$ e $g(u) = au + b$, allora

$$Y = N(a\mu_x + b, a\sigma_x)$$

Teorema 2 – Trasformazione lineare di una vc qualunque

Se X è vc qualunque avente media e deviazione standard μ_x e σ_x e $g(u) = au + b$ allora media e deviazione standard della Y sono

$$\mu_y = a\mu_x + b$$

$$\sigma_y = a\sigma_x$$

Teoremi sulla vc funzione di un'altra - 2

Teorema 3 – Trasformazione qualunque di una vc qualunque

Se X è vc qualunque avente media e deviazione standard μ_x e σ_x e $g(u)$ è una funzione qualunque g con un andamento abbastanza regolare, senza grosse variazioni di pendenza, sull'intervallo in cui X si concentra allora

$$\mu_y \simeq g(\mu_x)$$

$$\sigma_y \simeq g'(\mu_x)\sigma_x$$

L'esempio dell'area del quadrato

Determinare l'area di un quadrato di cui si misura il lato

$$L, \mu_L, \sigma_L$$

$$A, \mu_A, \sigma_A$$

$$g(u) = u^2$$

Si ha

$$\mu_A \approx g(\mu_L) = \mu_L^2$$

$$\sigma_A \approx g'(\mu_L)\sigma_L = 2\mu_L\sigma_L$$

L'esempio dell'area del quadrato - 2

Interpretazione facile

$$\tilde{L} = \bar{L} + \varepsilon_L$$

$$\tilde{A} = \bar{A} + \varepsilon_A$$

Ma evidentemente si ha anche

$$\tilde{A} = \tilde{L}^2 = (\bar{L} + \varepsilon_L)^2 = \bar{L}^2 + 2\bar{L}\varepsilon_L + \varepsilon_L^2$$

