1.1 Metodi affini alla poligonale: rilevamenti radiali

Le formule di calcolo impiegate per la poligonale vengono utilizzate in molti altri modi. Consideriamo due punti noti, *A* e *B* e un terzo incognito, *C*.

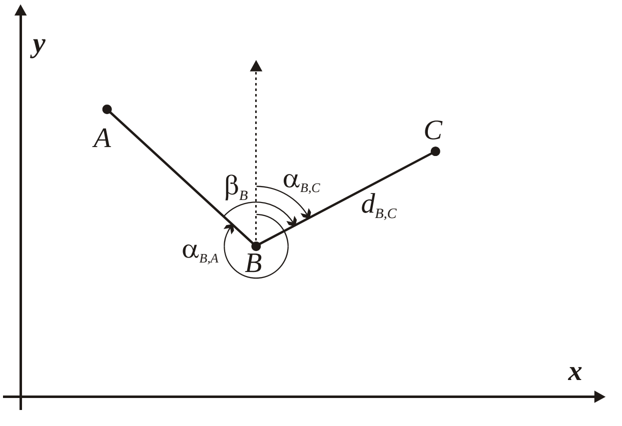

Figura 1 - Schema elementare del rilevamento radiale

Se i punti sono intervisibili è possibile ricavare *C* operando nel modo seguente:

1. si fa stazione su *B* con un teodolite-distanziometro;
2. si osserva *A;*
3. si calcola l'angolo di direzione $\alpha_{B,A}$ dalle coordinate dei punti;
4. si osserva *C*;
5. si ricava l'angolo interno β_B;
6. si ricavano l'angolo di direzione $\alpha_{B,C}$ e la distanza topografica $d_{B,C}$;
7. si determinano le coordinate cartesiane di *C* dalle polari.

Fino a questo punto la soluzione proposta è equivalente a pensare ai tre punti come a una piccola poligonale. Se tuttavia i punti incogniti C_i sono *n*, tutti visibili da *B*, è possibile rilevarli visitandoli con una palina dotata di prisma e lasciando fermo lo strumento in *B*. Il calcolo richiede l'esecuzione dei passi 1-3 una sola volta e la ripetizione per *n* volte dei soli passi 4-7.

In sintesi lo strumento viene messo in stazione una sola volta e l'orientamento delle misure viene effettuato una sola volta, al punto 3.

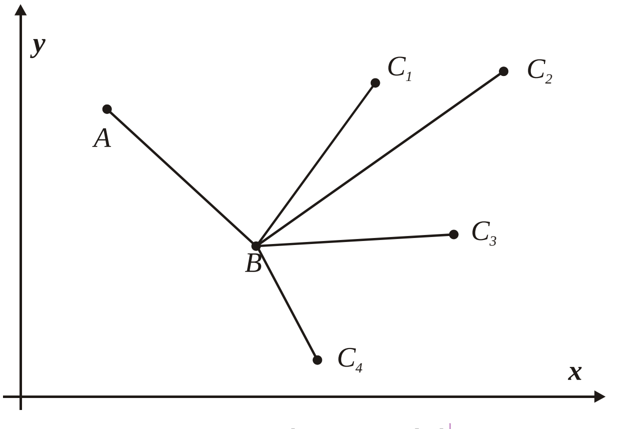

Figura 2 - Rilevamenti radiali

Commento [c1]: Usare triangoli per i punti noti

Il guadagno di questa tecnica, detta anche dei *punti lanciati*, rispetto allo schema della poligonale, è significativo. Tuttavia la sua applicabilità è limitata in quanto richiede che tutti i punti incogniti siano visibili da *B*. Si tratta dunque di una tecnica applicabile a rilievi di piccola estensione e ambientati in spazi aperti: la poligonale è invece uno strumento molto più versatile.

Capitolo 2
L'intersezione in avanti

L'intersezione in avanti è un metodo topografico per la determinazione delle coordinate tridimensionali di *punti non stazionabili*, come ad esempio i particolari architettonici di una facciata, oppure i punti situati in un territorio non raggiungibile.

Se da due punti *A* e *B*, di coordinate note, stazionabili con teodolite, si può osservare un terzo punto *C*, la lettura degli angoli orizzontali e verticali consente di determinare le coordinate del punto incognito. Per eseguire l'intersezione in avanti è necessario fare stazione su *A* e osservare *C* e *B*; fare stazione su *B* e osservare *A* e *C*.

Dalle coordinate dei punti *A* e *B* è anzitutto possibile ricavare l'angolo di direzione $\alpha_{A,B}$ e la loro distanza orizzontale $d_{A,B}$. La differenza fra le letture angolari orizzontali consente di ricavare gli angoli α e β alla base del triangolo $A\overset{\triangle}{B}C$. Tale fase richiede qualche precisazione in quanto, fissati gli estremi del segmento $\overline{AB}$, fissati gli angoli alla base del triangolo, α e β, sono possibili due casi, indicati dalla Figura 3: torneremo successivamente su questo punto.

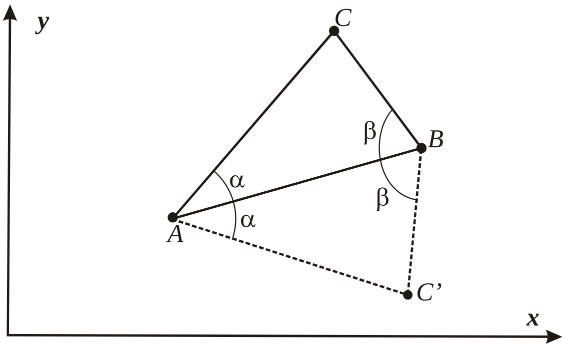

Figura 3 - Le due soluzioni equivalenti della intersezione in avanti

L'angolo al vertice γ può essere facilmente ottenuto da

$$\gamma = \pi - \alpha - \beta$$

La distanza orizzontale $d_{A,C}$ deve essere ricavata dal teorema dei seni

$$\frac{d_{A,C}}{\sin\beta} = \frac{d_{A,B}}{\sin\gamma}$$

La distanza $d_{B,C}$ può essere ricavata in modo analogo.

Il **caso 1** è quello in cui il punto C si trova *al di sopra* del segmento $\overline{AB}$;

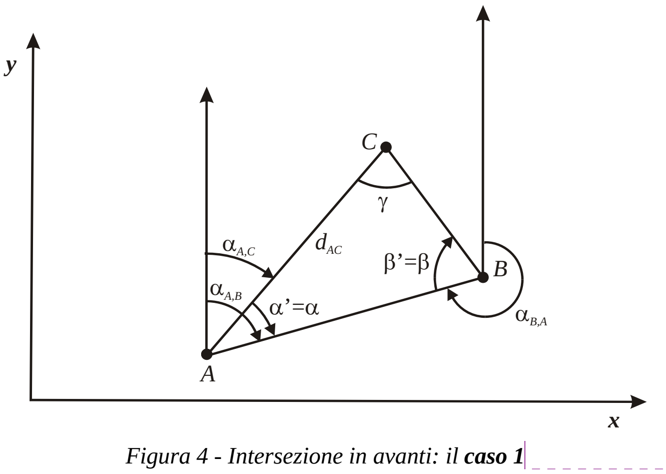

Figura 4 - Intersezione in avanti: il ***caso 1***

Commento [c2]: intersezione_avanti_caso1.wmf

Gli angoli di direzione dei segmenti $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ possono essere ricavati da

$$\alpha_{A,C} = \alpha_{A,B} - \alpha$$
$$\alpha_{B,C} = \alpha_{B,A} + \beta \qquad (1.1)$$

A questo punto sono note le coordinate polari di *C* e si possono ricavare le cartesiane. Per quanto riguarda la quota, si conoscono l'angolo verticale $\varphi_{A,C}$ e la distanza $d_{A,C}$, dunque è possibile effettuare la livellazione trigonometrica.

Il **caso 2** è quello in cui il punto C si trova invece *al di sotto* del segmento $\overline{AB}$.

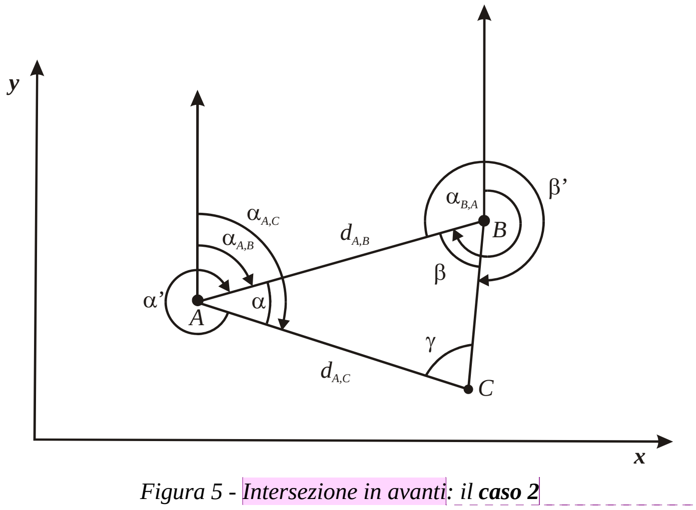

Figura 5 - Intersezione in avanti: il ***caso 2***

Commento [c3]: Verificare spessore tratti nei disegni del caso 1 e 2

Commento [c4]: intersezione_avanti_caso2.wmf

In tal caso si ha

$$\alpha_{A,C} = \alpha_{A,B} + \alpha$$
$$\alpha_{B,C} = \alpha_{B,A} - \beta \qquad (1.2)$$

Il resto della procedura è analogo al precedente.

La gestione dei due casi può essere effettuata da chi effettua i conti valutando la disposizione dei punti sul terreno, oppure è possibile una gestione di tipo formale, per certi versi astratta. Introduciamo gli angoli ausiliari α' e β', così definiti

$$\alpha' = \lambda_{A,B} - \lambda_{A,C}$$
$$\beta' = \lambda_{B,C} - \lambda_{B,A} \qquad (1.3)$$

Il **caso 1**, quello in cui il punto *C* si trova *al di sopra* del segmento $\overline{AB}$, è analiticamente caratterizzato dalla condizione

$$\alpha' < \pi$$
$$\beta' < \pi$$

e gli angoli incogniti si ottengono da

$$\alpha = \alpha'$$
$$\beta = \beta'$$

Il **caso 2**, quello in cui il punto *C* si trova *al di sotto* del segmento $\overline{AB}$, è analiticamente caratterizzato dalla condizione

$$\alpha' > \pi$$
$$\beta' > \pi$$

e gli angoli incogniti si ottengono da

$$\alpha = 2\pi - \alpha'$$
$$\beta = 2\pi - \beta'$$

In sintesi i passi che dipendono dalla geometria del problema (caso 1 o caso2) sono

$$\begin{array}{c} \alpha' < \pi \\ \beta' < \pi \end{array} \rightarrow \text{caso 1} \rightarrow \begin{array}{c} \alpha = \alpha' \\ \beta = \beta' \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \alpha_{A,C} = \alpha_{A,B} - \alpha \\ \alpha_{B,C} = \alpha_{B,A} + \beta \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \alpha' > \pi \\ \beta' > \pi \end{array} \rightarrow \text{caso 2} \rightarrow \begin{array}{c} \alpha = 2\pi - \alpha' \\ \beta = 2\pi - \beta' \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \alpha_{A,C} = \alpha_{A,B} + \alpha \\ \alpha_{B,C} = \alpha_{B,A} - \beta \end{array}$$

Commento [c5]: Intersezione multipla. Ridondanza nella planimetria e nella quota. Lavorare su un lato o sull'altro. L'intersezione con i distanziometri