

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 2

Esercizio 1

E' stata misurata una poligonale di 5 punti. Le coordinate dei primi due sono:

Nome punto	x	y	z
P1	715.647	644.940	108.909
P2	846.200	596.772	84.414

Il libretto di campagna relativo alle stazioni effettuate è:

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
P1	P5	1.448	1.347	7.5232	106.9584	217.509
P1	P2	1.448	1.447	82.5054	111.0930	141.295
P2	P1	1.447	1.448	381.8217	88.9070	141.295
P2	P3	1.447	1.473	233.8489	99.8287	115.927
P3	P2	1.473	1.447	130.0568	100.1713	115.927
P3	P4	1.473	1.373	200.3288	94.1890	228.508
P4	P3	1.373	1.473	78.1013	105.8110	228.508
P4	P5	1.373	1.437	176.0909	105.7206	226.015

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
P3	891.35	490.00	84.70
P4	1038.60	663.50	105.63
P5	862.46	803.66	85.28

Esercizio 2 I punti A e B hanno le seguenti coordinate:

Nome punto	x	y	z
A	211.58	208.28	99.94
B	273.18	274.75	98.61

Facendo stazione su A e B è stato osservato il punto C incognito. Il libretto di campagna relativo alle misure effettuate è:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 3

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
A	B	1.200	1.200	49.3859	100.9342	-
A	C	1.200	-	396.2013	100.0088	-
B	A	1.200	1.200	19.1750	99.0658	-
B	C	1.200	-	76.819	98.768	-

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
C	205.22	280.34	101.13

Esercizio 3 I punti P1 e P2 hanno le seguenti coordinate:

Nome punto	x	y	z
P1	211.77	206.49	100.62
P2	263.35	291.18	98.44

Facendo stazione su P2 sono stati osservati P1 e i punti incogniti P3 e P4. Il libretto di campagna relativo alle stazioni effettuate è:

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
P2	P1	1.520	1.310	196.2811	98.7354	99.181
P2	P3	1.520	1.510	303.9312	97.8382	96.905
P2	P4	1.520	1.360	248.9916	99.9277	132.165

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
P3	187.27	351.11	101.74
P4	133.71	265.47	98.75

Esercizio 4 Consideriamo due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 4

- traslazione \mathbf{T} ;
- cambio di scala λ .
- rotazione in senso antiorario α ;

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\mathbf{T} + \lambda \mathbf{R}(\alpha) \mathbf{u}_p$
$\mathbf{u}_p =$	$\lambda^{-1} \mathbf{R}^t(\alpha) (\mathbf{x}_p - \mathbf{T})$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(3.347, -3.141)^t$	3.634	57.6262^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) , mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	4.789	6.210	2.269	1.277
P_2	1.023	-2.033	-0.155	0.691

Esercizio 5 Si considerino due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

- rotazione in senso antiorario α ;
- traslazione \mathbf{T} ;
- cambio di scala λ .

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\mathbf{R}(\lambda \mathbf{u}_p + \mathbf{T})$
$\mathbf{u}_p =$	$\lambda^{-1} (\mathbf{R}^t(\alpha) \mathbf{x}_p - \mathbf{T})$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata, avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(-2.594, 2.502)^t$	4.612	278.5518^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) ,

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 5

mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	-14.903	-5.094	2.673	-3.227
P_2	-2.810	-1.036	0.976	-1.043

Esercizio 6 Si considerino due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

- rotazione in senso antiorario α ;
- cambio di scala λ .
- traslazione \mathbf{T} ;

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\lambda \mathbf{R}(\alpha)(\mathbf{u}_p + \mathbf{T})$
$\mathbf{u}_p =$	$-\mathbf{T} + \lambda^{-1} \mathbf{R}^t(\alpha) \mathbf{x}_p$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(3.516, 3.742)^t$	2.009	123.7055^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) , mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	-4.512	10.907	2.358	-3.625
P_2	2.268	2.079	-2.963	-5.170

Esercizio 7 Data una variabile casuale X , indicare i rapporti fra f_X e F_X .

$f_X(c) =$	$\frac{d}{dc} F_X(c)$
$F_X(c) =$	$\int_{-\infty}^c du f_X(u)$

Esercizio 8 Indicare la forma funzionale della densità di probabilità della vc normale.

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 6

$f_N(x; \mu, \sigma) =$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
-------------------------	--

Esercizio 9 Indicare la forma funzionale della densità di probabilità della vc normale standardizzata.

$f_Z(x) =$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
------------	--

Esercizio 10 Di una vc X si conosce la F_X . Calcolare:

$P\{X \in [a, b]\} =$	$F_X(b) - F_X(a)$
$P\{X \in [a, \infty[) =$	$1 - F_X(a)$

Esercizio 11 Di una vc X si conosce la f_X . Calcolare:

$P\{X \in [a, b]\} =$	$\int_a^b du f_X(u)$
$P\{X \in [a, \infty[) =$	$\int_a^{+\infty} du f_X(u)$

Esercizio 12 La space segment del sistema GPS:

Ordine di grandezza del tempo impiegato dal segnale GPS a raggiungere la Terra	0.067 sec
Altezza media dell'orbita dei satelliti rispetto alla Terra	20200 km

Esercizio 13 Il segnale del sistema GPS:

Lunghezza d'onda della portante L_1	0.19 m
Valore della frequenza fondamentale f_1	1.58 Ghz
Valore della frequenza fondamentale f_2	1.23 Ghz

Esercizio 14 Le baseline nel GPS:

Consideriamo le coordinate \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B dei punti A e B . Come è definita la base \mathbf{b}_{AB} ?	$\mathbf{b}_{AB} = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A$
--	---

Esercizio 15 Le baseline nel GPS:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				1 / 7

Consideriamo le coordinate \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B dei punti A e A . Che rapporto lega le basi \mathbf{b}_{AB} e \mathbf{b}_{BA} ?	$\mathbf{b}_{BA} = -\mathbf{b}_{AB}$
--	--------------------------------------

Esercizio 16

Un foglio di cartografia IGM alla scala 1:100000 ha una estensione di 20' in latitudine e 30' in longitudine. I suoi bordi sono costituiti da archi di meridiano e archi di parallelo. L'estensione del territorio abbracciato dipende, nel senso della longitudine, dalla latitudine dei paralleli coinvolti. Nell'esercizio viene assegnata la latitudine del parallelo che delimita inferiormente il foglio e si chiede di calcolare: l'estensione $d1$ del territorio abbracciato dall'arco di parallelo inferiore; l'estensione $d2$ del territorio abbracciato dall'arco di parallelo superiore; l'estensione $d3$ del territorio abbracciato dai bordi laterali, costituiti da archi di meridiano; le corrispondenti quantità $d4$, $d5$ e $d6$ indicanti le estensioni sul foglio e non sul terreno. Effettuare il calcolo nella approssimazione sferica con $R_T = 6370$ km.

Latitudine [dms]	d1 [m]	d2 [m]	d3 [m]	d4 [cm]	d5 [cm]	d6 [cm]
42	41310	41093	37059	41.31	41.09	37.06

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 2

Esercizio 1

E' stata misurata una poligonale di 5 punti. Le coordinate dei primi due sono:

Nome punto	x	y	z
P1	841.178	779.299	111.563
P2	820.550	964.831	95.630

Il libretto di campagna relativo alle stazioni effettuate è:

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
P1	P5	1.389	1.312	139.9405	99.7100	206.775
P1	P2	1.389	1.473	237.5550	105.3921	187.347
P2	P1	1.473	1.389	161.9319	94.6079	187.347
P2	P3	1.473	1.371	268.3347	94.4276	193.483
P3	P2	1.371	1.473	351.1870	105.5724	193.483
P3	P4	1.371	1.345	31.5352	111.8408	108.017
P4	P3	1.345	1.371	141.3653	88.1592	108.017
P4	P5	1.345	1.421	378.2697	87.6181	103.280

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
P3	627.82	962.87	112.65
P4	661.09	862.07	92.70
P5	634.96	764.16	112.58

Esercizio 2 I punti A e B hanno le seguenti coordinate:

Nome punto	x	y	z
A	210.89	211.01	101.83
B	227.52	306.12	99.06

Facendo stazione su A e B è stato osservato il punto C incognito. Il libretto di campagna relativo alle misure effettuate è:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 3

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
A	B	1.200	1.200	12.0012	101.8259	-
A	C	1.200	-	362.0348	101.3483	-
B	A	1.200	1.200	274.5352	98.1741	-
B	C	1.200	-	319.429	98.661	-

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
C	174.83	262.41	101.70

Esercizio 3 I punti P1 e P2 hanno le seguenti coordinate:

Nome punto	x	y	z
P1	209.91	213.66	99.53
P2	140.61	287.87	100.47

Facendo stazione su P2 sono stati osservati P1 e i punti incogniti P3 e P4. Il libretto di campagna relativo alle stazioni effettuate è:

Punto stazione	Punto osservato	h_s	h_p	λ	φ	d^*
P2	P1	1.300	1.310	185.4916	100.5831	101.541
P2	P3	1.300	1.290	286.1917	100.1172	97.815
P2	P4	1.300	1.520	240.5832	100.0584	141.753

Il libretto riporta, nell'ordine: nome punto stazionato, nome punto collimato altezza strumentale, altezza prisma, lettura cerchio orizzontale, lettura cerchio verticale, distanza inclinata. Gli angoli sono misurati in gradi centesimali. Coordinate e distanze in metri.

Calcolare le coordinate 3D dei punti incogniti.

Nome punto	x	y	z
P3	68.39	221.90	100.30
P4	124.46	147.04	100.12

Esercizio 4 Consideriamo due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 4

- traslazione \mathbf{T} ;
- cambio di scala λ .
- rotazione in senso antiorario α ;

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\mathbf{T} + \lambda \mathbf{R}(\alpha) \mathbf{u}_p$
$\mathbf{u}_p =$	$\lambda^{-1} \mathbf{R}^t(\alpha) (\mathbf{x}_p - \mathbf{T})$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(-2.396, 3.071)^t$	3.577	307.8199 ^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) , mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	8.961	-4.905	2.602	2.878
P_2	-3.586	3.656	-0.203	-0.310

Esercizio 5 Si considerino due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

- rotazione in senso antiorario α ;
- traslazione \mathbf{T} ;
- cambio di scala λ .

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\mathbf{R}(\lambda \mathbf{u}_p + \mathbf{T})$
$\mathbf{u}_p =$	$\lambda^{-1} (\mathbf{R}^t(\alpha) \mathbf{x}_p - \mathbf{T})$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata, avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(3.534, -3.512)^t$	3.212	295.1976 ^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) ,

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 5

mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	-9.420	0.428	-1.012	-1.841
P_2	-2.936	2.655	-1.856	0.120

Esercizio 6 Si considerino due sistemi di coordinate (O, x, y) e (N, u, v) . I due SR inizialmente coincidevano e successivamente il secondo si è *allontanato* dal primo con una successione di trasformazioni:

- rotazione in senso antiorario α ;
- cambio di scala λ .
- traslazione \mathbf{T} ;

Indicare quali relazioni, dirette e inverse, legano le coordinate \mathbf{x}_p e \mathbf{u}_p di uno stesso punto P .

$\mathbf{x}_p =$	$\lambda \mathbf{R}(\alpha)(\mathbf{u}_p + \mathbf{T})$
$\mathbf{u}_p =$	$-\mathbf{T} + \lambda^{-1} \mathbf{R}^t(\alpha) \mathbf{x}_p$

Consideriamo una trasformazione come quella indicata avente i parametri:

\mathbf{T}	λ	α
$(-3.980, -2.314)^t$	3.670	287.2150 ^g

Consideriamo i punti P_1 e P_2 ; del primo sono note le coordinate rispetto a (N, u, v) , mentre del secondo sono note le (O, x, y) . Trovare le coordinate mancanti.

Nota bene. La definizione delle varie grandezze in gioco è quella delle dispense, se non diversamente precisato.

	x	y	u	v
P_1	7.008	21.453	-2.129	3.019
P_2	2.432	-3.469	4.774	3.152

Esercizio 7 Data una variabile casuale X , indicare i rapporti fra f_X e F_X .

$f_X(c) =$	$\frac{d}{dc} F_X(c)$
$F_X(c) =$	$\int_{-\infty}^c du f_X(u)$

Esercizio 8 Indicare la forma funzionale della densità di probabilità della vc normale.

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 6

$f_N(x; \mu, \sigma) =$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
-------------------------	--

Esercizio 9 Indicare la forma funzionale della densità di probabilità della vc normale standardizzata.

$f_Z(x) =$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
------------	--

Esercizio 10 Di una vc X si conosce la F_X . Calcolare:

$P\{X \in]-\infty, b]\} =$	$F_X(b)$
$P\{X \in [a, b]\} =$	$F_X(b) - F_X(a)$

Esercizio 11 Di una vc X si conosce la f_X . Calcolare:

$P\{X \in [a, b]\} =$	$\int_a^b du f_X(u)$
$P\{X \in [a, \infty[\} =$	$\int_a^{+\infty} du f_X(u)$

Esercizio 12 La space segment del sistema GPS:

Tempo impiegato dai satelliti GPS a compiere un'orbita	12 ore
Altezza media dell'orbita dei satelliti rispetto alla Terra	20200 km

Esercizio 13 Il segnale del sistema GPS:

Lunghezza d'onda della portante L_1	0.19 m
Lunghezza d'onda della portante L_2	0.24 m
Valore della frequenza fondamentale f_1	1.58 Ghz

Esercizio 14 Le baseline nel GPS:

Consideriamo le coordinate \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B dei punti A e B . Come è definita la base \mathbf{b}_{AB} ?	$\mathbf{b}_{AB} = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A$
--	---

Esercizio 15 Le baseline nel GPS:

Insegnamento **Topografia e Cartografia - Mantova**
 Docente **prof. Vittorio Casella** - Esercizi di gennaio 2013

Nome	Cognome	Matricola	Data	E/P
				2 / 7

Consideriamo le coordinate \mathbf{x}_A e \mathbf{x}_B dei punti A e A . Che rapporto lega le basi \mathbf{b}_{AB} e \mathbf{b}_{BA} ?	$\mathbf{b}_{BA} = -\mathbf{b}_{AB}$
--	--------------------------------------

Esercizio 16

Un foglio di cartografia IGM alla scala 1:100000 ha una estensione di 20' in latitudine e 30' in longitudine. I suoi bordi sono costituiti da archi di meridiano e archi di parallelo. L'estensione del territorio abbracciato dipende, nel senso della longitudine, dalla latitudine dei paralleli coinvolti. Nell'esercizio viene assegnata la latitudine del parallelo che delimita inferiormente il foglio e si chiede di calcolare: l'estensione $d1$ del territorio abbracciato dall'arco di parallelo inferiore; l'estensione $d2$ del territorio abbracciato dall'arco di parallelo superiore; l'estensione $d3$ del territorio abbracciato dai bordi laterali, costituiti da archi di meridiano; le corrispondenti quantità $d4$, $d5$ e $d6$ indicanti le estensioni sul foglio e non sul terreno. Effettuare il calcolo nella approssimazione sferica con $R_T = 6370$ km.

Latitudine [dms]	d1 [m]	d2 [m]	d3 [m]	d4 [cm]	d5 [cm]	d6 [cm]
39	43201	42996	37059	43.20	43.00	37.06