



Vittorio Casella

Laboratorio di Geomatica - DICAR - Università di Pavia

email: vittorio.casella@unipv.it




Modulazione analogica e digitale

Il segnale GPS

Licenza



La presentazione che segue è © 2011 Vittorio Casella (vittorio.casella@gmail.com) disponibile nella modalità **creative commons** (www.creativecommons.org)

Se usi figure o parti della presentazione all'interno di tue presentazioni, articoli o altri scritti, devi sempre citarne l'origine.





Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 2.5 Italia

Tu sei libero:

-  di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera
-  di modificare quest'opera

Alle seguenti condizioni:

-  **Attribuzione** — Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.
-  **Non commerciale** — Non puoi usare quest'opera per fini commerciali.
-  **Condividi allo stesso modo** — Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

I segnali elettromagnetici

La propagazione di un segnale elettromagnetico viene descritta dalla Fisica per mezzo delle equazioni di Maxwell, in termini di variazioni nello spazio e nel tempo dei campi elettrico e magnetico. Tali fenomeni sono estremamente complessi, tuttavia è possibile dare una descrizione semplificata ma molto rappresentativa, basata sulle **onde piane**.

Si può pensare che le onde piane siano i *mattoni* dei segnali em: un segnale em generale è costituito da una sovrapposizione di onde piane.

Analogia con l'acqua

Consideriamo un bacino d'acqua in quiete e poi gettiamo un sasso. Consideriamo una retta che passa per il punto in cui il sasso è entrato in acqua. Osserviamo il comportamento dell'acqua lungo la retta, per semplicità:

- vi è propagazione: lo stato di moto si propaga progressivamente dal punto di impatto verso l'esterno
- lo stato di moto presenta una variazione nel tempo e nello spazio
- l'altezza dell'acqua in un certo punto (un galleggiante ad esempio) varia nel tempo in modo periodico; il **periodo** (tempo dopo il quale l'altezza si ripete identicamente) è indicato con T e misurato in sec.
- fissato un istante, l'altezza dell'acqua lungo la retta ha un andamento sinusoidale, dunque periodico; il periodo (distanza che separa due punti che hanno la stessa altezza) si chiama lunghezza d'onda λ ; è misurata in m.
- il fenomeno osservato è un'onda piana.

Altre nozioni sulle onde piane

La frequenza f è il numero di cicli completi descritti nell'unità di tempo: quante volte il galleggiante effettua il movimento su-giù-su in un secondo. La frequenza si misura in hertz. Vale la relazione

$$f = \frac{1}{T}$$

Il fenomeno ondoso ha una velocità di propagazione v [m/sec]: la velocità con cui il movimento si propaga da zone in movimento a zone ancora in quiete

La lunghezza d'onda è uguale alla distanza percorsa dalla propagazione in un periodo T

$$\lambda = Tc$$

Equazione dell'onda piana in un punto

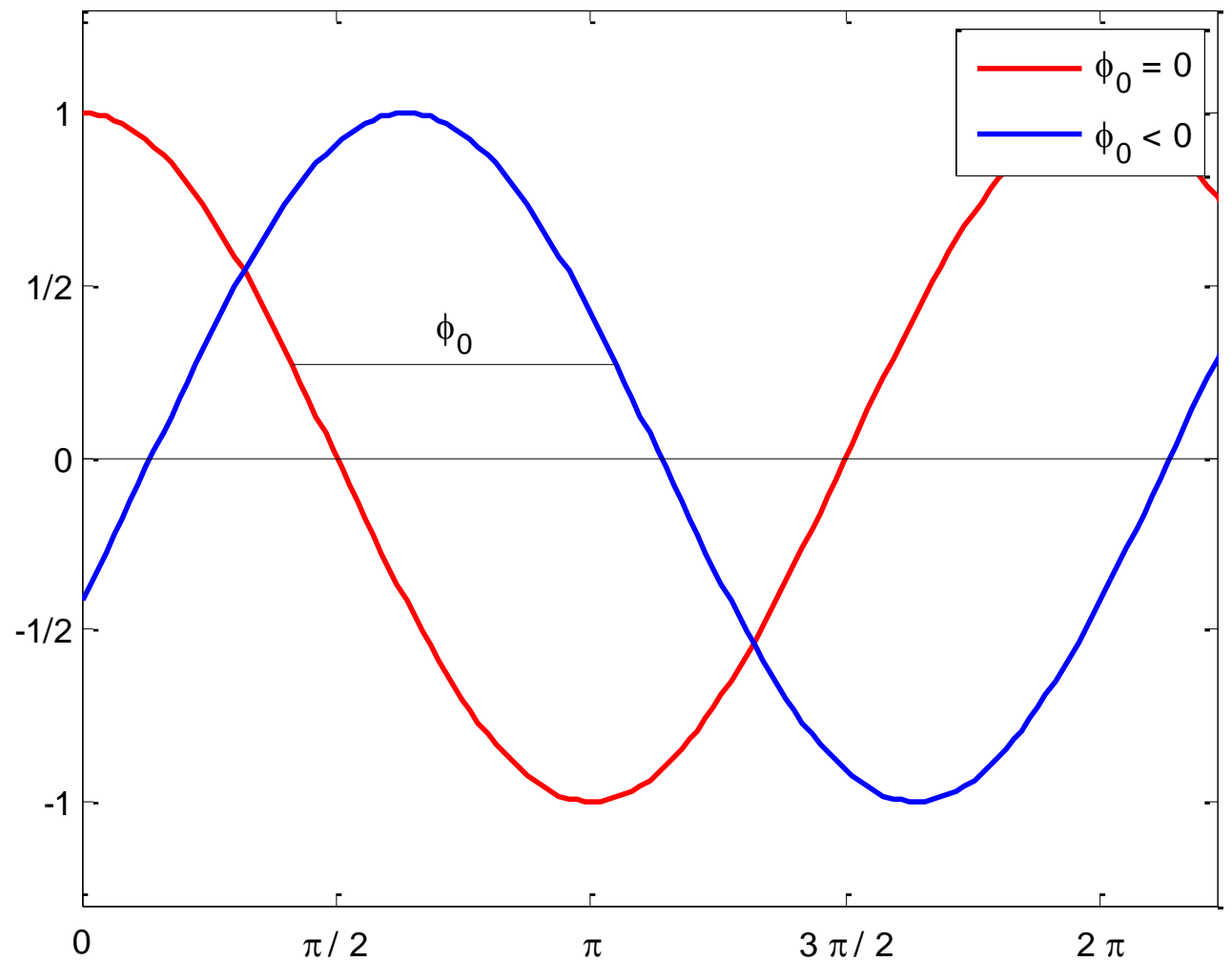
Variazione nel tempo di un'onda piana osservata in un punto

$$y(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi_0)$$

Ma anche

$$y(t) = A \sin(2\pi f t + \varphi_0)$$

E' equivalente ma non coincidente



Equazione dell'onda piana in un punto - 2

Ma anche, con riferimento alla prima,

$$y(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

La grandezza ω è detta frequenza angolare o pulsazione. Rapporti di ω con le altre quantità

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$
$$= Tv$$

I parametri di una onda piana

Da quali parametri è caratterizzata un'onda piana?

$$y(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi_0)$$

A - ampiezza

f - frequenza

φ_0 - fase iniziale

Equazione completa dell'onda piana: propagazione nello spazio e nel tempo

L'onda piana al tempo t e a una distanza x dall'origine vale

$$y(x,t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right)$$

Il nesso distanza-sfasatura

Propagazione nello spazio. Osserviamo l'onda nell'origine, da dove ha iniziato a propagarsi, e in un punto avente distanza x . L'onda ha, nel punto x e al tempo t il comportamento, che aveva nel punto O al tempo $t - \frac{x}{c}$, dove c è la velocità

di propagazione

$$\begin{aligned}y(x,t) &= y(0, t - x/c) = A \cos(\omega(t - x/c) + \varphi_0) \\ &= A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c} + \varphi_0\right)\end{aligned}$$

Periodicità nello spazio

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{2\pi c}{\omega} \\ &= Tc\end{aligned}$$

Il nesso distanza-sfasatura - 2

Un'onda piana che nell'origine ha l'equazione

$$y(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

in un qualunque punto x ha equazione

$$\begin{aligned} y(x,t) &= y(0,t - x/c) = A\cos(\omega(t - x/c) + \varphi_0) \\ &= A\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c} + \varphi_0\right) \end{aligned}$$

Misurando la sfasatura del segnale posso risalire alla distanza?

Velocità dei segnali elettromagnetici nel vuoto

Per i segnali elettromagnetici nel vuoto la velocità di propagazione è

$$c = 299792458 \text{ m sec}^{-1}$$

Trasmettere informazioni

E' abbastanza semplice emettere e captare onde piane. Ma se devo trasmettere informazioni, come ad esempio

- un messaggio email
- un file
- un'immagine
- una registrazione audio
- l'andamento in funzione del tempo della temperatura di un corpo

Il problema

Come far viaggiare informazione su un'onda piana

Modulazione analogica: l'informazione è analogica

Portante

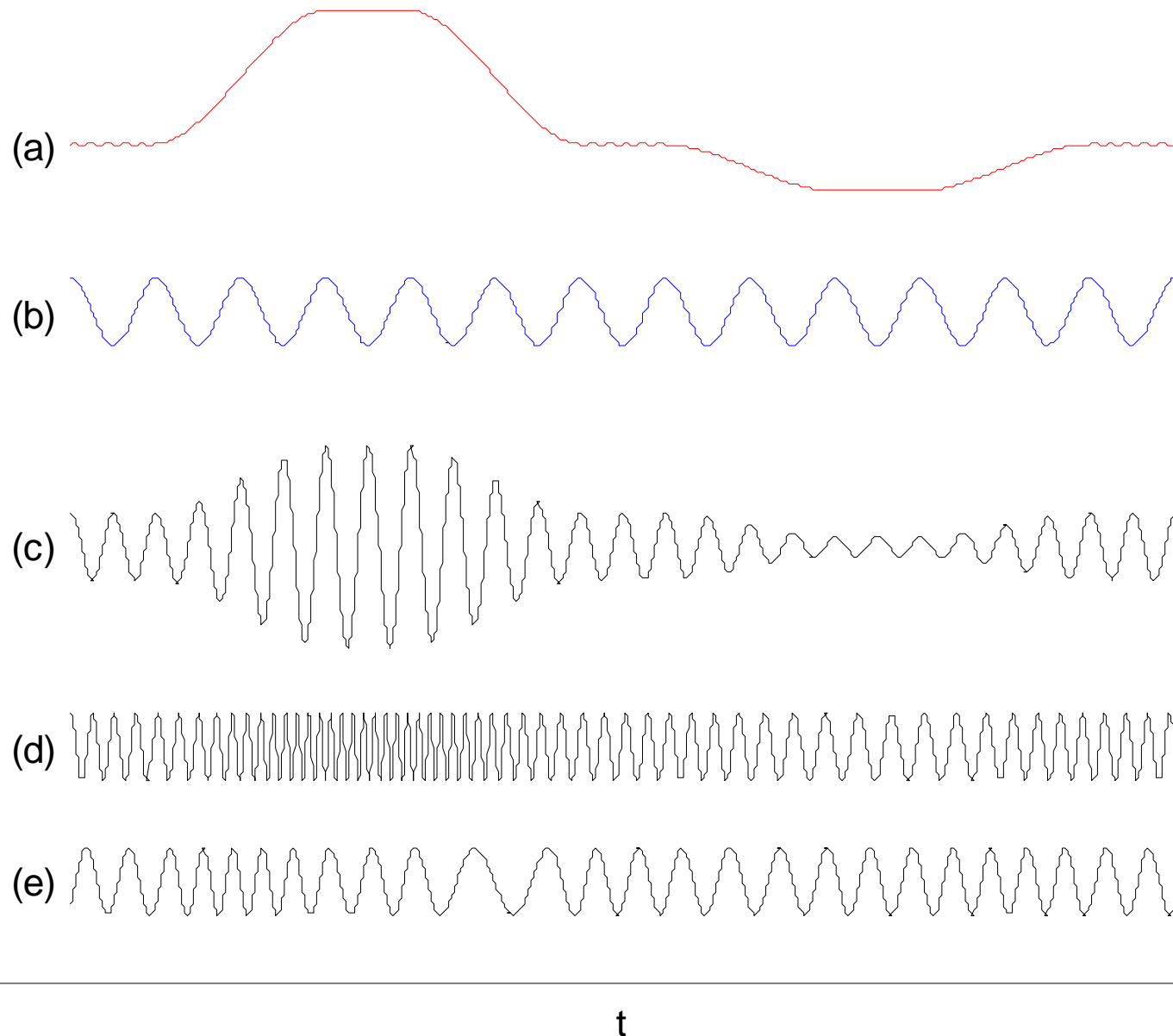
Messaggio

Segnale

Modulazione

- di ampiezza
- di frequenza
- di fase

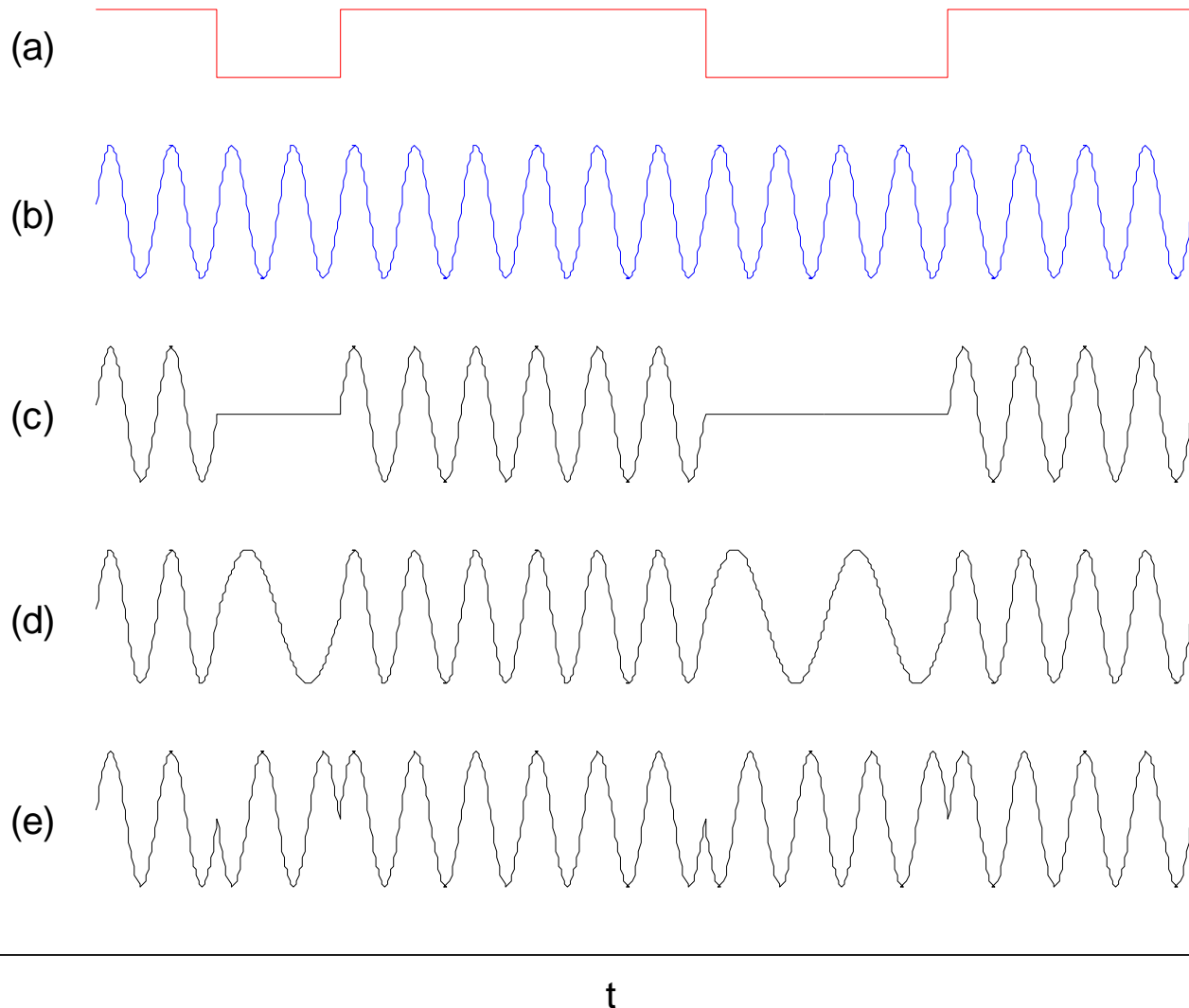
Esempi di modulazione analogica



- Messaggio
- Portante
- Modulazione di ampiezza (AM)
- Modulazione di frequenza (FM)
- Modulazione di fase (PM)

Modulazione digitale

Messaggio digitale o codice: sequenza di 0 e 1, detti anche bit o chip



Codice

Portante

- Modulazione di ampiezza (AM)
- Modulazione di frequenza (FM)
- Modulazione binaria di fase – BPSK: Binary Phase Shift Keying. Usata dal GPS

Segnali analogici e digitali

Segnali analogici (onda piana)

- Periodo T : tempo in cui viene emesso un ciclo completo
- Frequenza f : numero di cicli completi emessi nell'unità di tempo
- Lunghezza d'onda λ : distanza percorsa dall'onda nel tempo T

Segnali digitali

- Periodo T^* : tempo in cui viene emesso un chip
- Frequenza f^* : numero di chip emessi nell'unità di tempo
- Lunghezza d'onda λ^* (chip length): distanza percorsa dall'onda nel tempo T^*

Da ricordare

Insieme al metodo di modulazione deve esistere anche quello di demodulazione

Si possono modulare anche due o più codici sulla stessa portante

Il segnale GPS

Nel sistema GPS esiste una frequenza fondamentale

$$f_0 = 10.23 \text{ Mhz}$$

e il compito degli orologi montati a bordo dei satelliti è quello di garantire una elevata precisione nella generazione di tale frequenza. Da f_0 vengono generate due frequenze

$$f_1 = 154 f_0 = 1.575420 \text{ Ghz}$$

$$f_2 = 120 f_0 = 1.227600 \text{ Ghz}$$

I satelliti GPS emettono un segnale complesso caratterizzato da due portanti dette L_1 e L_2 aventi frequenze f_1 e f_2 , rispettivamente. Tali frequenze corrispondono alle seguenti lunghezze d'onda

$$\lambda_1 \cong 0.19 \text{ m}$$

$$\lambda_2 \cong 0.24 \text{ m}$$

Il segnale GPS - 2

Sulle portanti del messaggio vengono modulati

- codice C/A
- codice P
- messaggio navigazionale D

I codici C/A e P

Sono sequenze pseudo-casuali la cui unica funzione è consentire la misura del tempo di volo; C/A: coarse acquisition; P: precision

Si tratta di sequenze di 0 e 1 che non sono dunque la codifica di qualche tipo di informazione

Perché due?

P ha *frequenza* maggiore (10X) e *lunghezza d'onda* minore, dunque è più preciso

C/A è accessibile da tutti, P solo dagli utenti qualificati

Il codice C/A

Coarse acquisition

Accessibile da tutti

Frequenza: 1.023 Mbps

$$\lambda_{C/A}^* = \frac{1}{f_{C/A}} c = 293.05 \text{ m}$$

Potrebbe essere utile considerare anche la *code length*, cioè la distanza coperta dal segnale nel tempo necessario per una ripetizione completa del codice C/A

$$\Lambda_{C/A} = 1023 \lambda_{C/A}^* = 299.79 \text{ Km}$$

Il codice C/A - 2

I codici C/A appartengono alla famiglia dei Gold Code, codici pseudo-random con alcune interessanti caratteristiche. Fissata la lunghezza, 1023 bit, esistono molti codici diversi appartenenti alla famiglia; nel caso del GPS, ad esempio, ne vengono utilizzati 36 diversi e ogni satellite ha un suo proprio codice C/A.

Gold Code differenti hanno bassa correlazione per cui è facile e rapido per un ricevitore GPS confrontare i codici C/A ricevuti in un certo istante con quelli presenti in una libreria, di cui ogni ricevitore è dotato, e determinare da quali satelliti siano stati emessi. Inoltre ogni Gold Code ha bassa correlazione con le sue copie sfasate e ciò permette ai ricevitori di determinare con tecniche interferometriche, facilmente e senza ambiguità, il tempo impiegato dai segnali a coprire la distanza satellite-ricevitore. Vale la regola pratica per cui la precisione della misura interferometrica di distanza è circa 1-2 % della lunghezza d'onda (o del *chip length*) del segnale: nel caso del codice C/A la precisione è pari a 3-6 m.

Il codice P

Precision

$$\begin{aligned} f_p^* &= f_0 = 10.23 \text{ Mbps} \\ &= \frac{f_1}{154} = \frac{f_2}{120} \end{aligned}$$

e la chip length vale in questo caso esattamente un decimo di quella del C/A

$$\lambda_p^* = \frac{1}{f_p} c = 29.30 \text{ m}$$

Più preciso

In generale criptato, e in tal caso prende il nome Y

Il messaggio navigazionale

Il messaggio navigazionale D è un codice binario che contiene tutte le informazioni alfanumeriche necessarie per realizzare il posizionamento

Informazioni riguardanti l'intera costellazione

- l'*almanacco dei satelliti*, cioè un modello semplificato che permette di prevedere la posizione approssimativa di tutti i satelliti nei giorni successivi;
- informazioni sullo *stato di salute* di tutti i satelliti della costellazione.

Informazioni riguardanti il singolo satellite

- le *effemeridi predette*, cioè le informazioni necessarie a calcolare in modo preciso la posizione del satellite;
- una stima degli *errori degli orologi* di bordo del satellite rispetto al tempo GPS.

Il segnale complessivo

$$S_1(t) = C(t) \otimes D(t) \otimes A_{C/A} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + \\ + P(t) \otimes D(t) \otimes A_p \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1)$$

$$S_2(t) = P(t) \otimes D(t) \otimes A_p \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

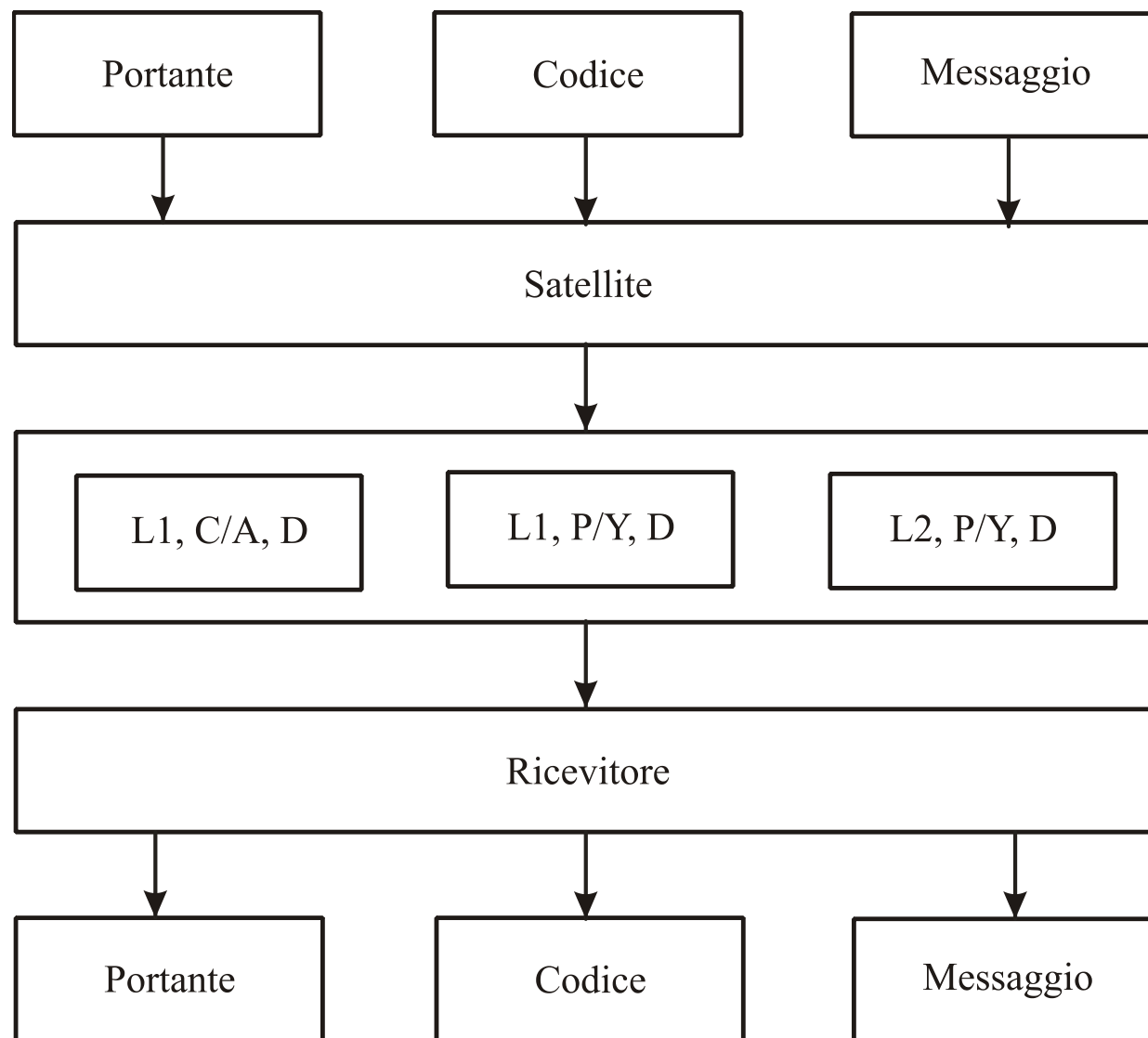
$$S_{GPS}(t) = S_1(t) + S_2(t)$$

In caso di crittatura

$$S_1(t) = C(t) \otimes D(t) \otimes A_{C/A} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + \\ + Y(t) \otimes D(t) \otimes A_p \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1)$$

$$S_2(t) = Y(t) \otimes D(t) \otimes A_p \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$$

Modulazione e demodulazione



Come il GPS misura le distanze

Con i codici

Con le fasi

L'uso delle fasi consente misure della distanza estremamente precise, ma è incompatibile con il tempo reale

L'uso dei codici consente il posizionamento in tempo reale (e dunque la navigazione), ma è meno accurato

Il posizionamento con C/A è meno buono che con P

NON LEGGERE

TODO

Aggiunta dei vari nuovi segnali