**Vittorio Casella**

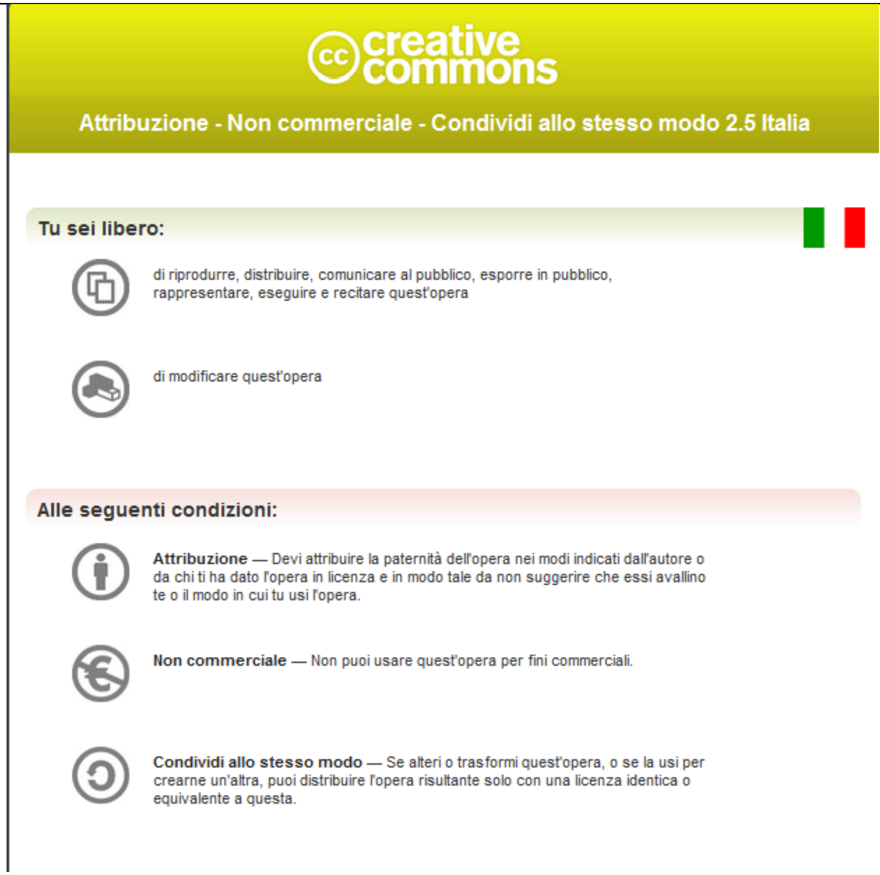
Laboratorio di Geomatica - DICAR - Università di Pavia

email: vittorio.casella@unipv.it

# La probabilità

# Licenza




creative commons
Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 2.5 Italia
Tu sei libero:
di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera
di modificare quest'opera
Alle seguenti condizioni:
Attribuzione — Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.
Non commerciale — Non puoi usare quest'opera per fini commerciali.
Condividi allo stesso modo — Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

# La probabilità

La probabilità è una proprietà degli eventi che si misura con un numero compreso fra 0 ed 1 e che quantifica la facilità con cui si verificano. Un evento avente probabilità 0 è detto *evento impossibile* mentre un evento avente probabilità 1 è detto *evento certo*.

Verranno esposte due definizioni di probabilità dovute a Laplace e Von Mises.

# Probabilità secondo Laplace

Consideriamo a titolo di esempio il lancio di un dado.

L'insieme delle possibili uscite, detto anche *spazio campionario* o *spazio degli eventi elementari* è

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Gli *eventi* sono i sottoinsiemi di $\Omega$ e costituiscono lo spazio degli eventi $\Sigma$.

Esempi di eventi sono

$$\Omega, \varnothing, 1,2,3,4,5,6$$

$$\{2,4,6\}, \{1,3,5\}, \{1,4\}, \ldots$$

# Probabilità secondo Laplace - 2

E' intuitivo pensare che la probabilità dell'evento

$\{1\}$ sia $1/6$

e che la probabilità dell’evento

$A=\{2,4,6\}$ sia $1/2$

# Probabilità secondo Laplace - 3

Definizione di probabilità secondo Laplace: se un fenomeno ha $N$ risultati, mutuamente escludentesi ed ugualmente possibili, la probabilità di un evento $A$ è il rapporto fra il numero dei casi favorevoli $N_A$ ed il numero dei casi possibili $N$

$$P_A = \frac{N_A}{N}$$

# Probabilità secondo Laplace - 4

Evento $A = \{2,4,6\}$

$$N_A = 3$$

$$N = 6$$

$$P_A = \frac{N_A}{N} = \frac{1}{2}$$

# Laplace

Pierre-Simon Laplace, marchese di Laplace (Beaumont-en-Auge, 23 marzo 1749 – Parigi, 5 marzo 1827), è stato un matematico, fisico e astronomo francese. Fu uno dei principali scienziati nel periodo napoleonico.

http://it.wikipedia.org/wiki/Pierre_Simon_Laplace

# Probabilità secondo Von Mises

La definizione prende spunto da un principio, verificato sperimentalmente, detto *legge empirica del caso*.

Consideriamo nuovamente un dado e l'evento $A$ precedentemente definito, e immaginiamo di effettuare un numero $N$ di lanci, conteggiando il numero $N_A$ dei casi favorevoli (cioè l'uscita di uno dei numeri 2, 4, 6). E' ragionevole pensare che la *frequenza relativa*, cioè il rapporto

$$f_A = \frac{N_A}{N}$$

tenda, per $N$ grandi, a stabilizzarsi attorno alla probabilità $P_A$ dell'evento A.

# Probabilità secondo Von Mises - 2

Si giunge così alla definizione di Von Mises: la probabilità $P_A$ di un evento $A$ è il limite a cui tende la frequenza relativa (numero degli esiti favorevoli diviso il numero totale delle estrazioni) quando il numero delle prove tende all'infinito

$$P_A = \lim_{N \to \infty} \frac{N_A}{N}$$

E' detta definizione frequentistica e ha il merito di evidenziare il legame fra esperienza e schema teorico.

# Probabilità secondo Von Mises - 3

Immaginiamo $N$ sufficientemente grande

$$P_A \cong \frac{N_A}{N}$$

E anche

$$N_A \cong P_A N \qquad (1)$$

il cui significato è che, effettuando $N$ estrazioni, il numero di volte in cui si verifica un evento $A$ è mediamente uguale al prodotto della probabilità di $A$ per $N$.

Ciò è da intendersi In modo probabilistico e non deterministico. Ripetendo molte volte il blocco di $N$ estrazioni si troverebbero valori di $N_A$ diversi ma tanto più concentrati attorno al valore previsto dalla (1) quanto più è grande il valore di $N$.

# Von Mises

| | |
|---|---|
| Richard von Mises (Lemberg, 19 aprile 1883 – Boston, 14 luglio 1953) è stato un matematico, ingegnere e accademico austriaco naturalizzato statunitense. |  |

http://it.wikipedia.org/wiki/Richard_von_Mises

# La concezione moderna di probabilità

E' basata su un approccio insiemistico ed assiomatico.

# Variabili casuali discrete

Il numero degli eventi elementari è finito. Le variabili casuali discrete sono descritte da una tabella che associa ad ogni evento elementare la sua probabilità.

Il dado

$$\begin{cases} x_i & p_i \\ 1 & 1/6 \\ 2 & 1/6 \\ 3 & 1/6 \\ 4 & 1/6 \\ 5 & 1/6 \\ 6 & 1/6 \end{cases}$$

# Variabili casuali discrete - 2

La moneta

$$\begin{cases} x_i & p_i \\ T & 1/2 \\ C & 1/2 \end{cases}$$

# Da fare

Elementi sulla definizione moderna di probabilità dovuta a Kolmogorov.