



## Vittorio Casella

Laboratorio di Geomatica - DICAR - Università di Pavia

email: [vittorio.casella@unipv.it](mailto:vittorio.casella@unipv.it)



Variabile casuale che è funzione di un'altra

# Licenza


La presentazione che segue è © 2011 Vittorio Casella (vittorio.casella@gmail.com) disponibile nella modalità **creative commons** (www.creativecommons.org)

Se usi figure o parti della presentazione all'interno di tue presentazioni, articoli o altri scritti, devi sempre citarne l'origine.






Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 2.5 Italia

Tu sei libero:

-  di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera
-  di modificare quest'opera

Alle seguenti condizioni:

-  **Attribuzione** — Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.
-  **Non commerciale** — Non puoi usare quest'opera per fini commerciali.
-  **Condividi allo stesso modo** — Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

## Le misure indirette

---

Limitiamoci al caso unidimensionale.

Vogliamo determinare l'area di un quadrato a partire dalla misura del lato.

- $L$  vc che descrive la misura del lato
- $A$  vc che descrive la misura (indiretta) dell'area

Si dice che  $A$  è funzione di  $L$  e in particolare

$$A = L^2$$

## VC funzione di un'altra

---

Ma  $A$  e  $L$  non sono numeri, né funzioni, ma vc. Che cosa significa esattamente prendere il quadrato di un vc?

Che cosa significa che fra la vc  $X$  e la  $Y$  esiste il legame

$$Y = g(X)$$

La definizione rigorosa richiede un certo sforzo.

Nelle note ci limitiamo a quest'idea. Se  $x_i$  sono estrazioni dalla vc  $X$ , allora  $g(x_i)$  sono estrazioni dalla vc  $Y$  e la definiscono.

## VC funzione di un'altra - 2

---

Se le misure di distanza

10,104

10,096

10,111

10,099

Sono estrazioni da  $L$ , allora i loro quadrati

102,091

101,929

102,232

101,990

Sono estrazioni da  $A$  e questo definisce che cosa sia  $A$ .

## Teoremi sulla vc funzione di un'altra

---

$X$  e  $Y$  vc legate dalla relazione

$$Y = g(X)$$

### **Teorema 1 – Trasformazione lineare di una normale**

Se  $X = N[\mu_x, \sigma_x]$  e  $g(u) = au + b$ , allora

$$Y = N(a\mu_x + b, a\sigma_x)$$

### **Teorema 2 – Trasformazione lineare di una vc qualunque**

Se  $X$  è vc qualunque avente media e deviazione standard  $\mu_x$  e  $\sigma_x$  e  $g(u) = au + b$  allora media e deviazione standard della  $Y$  sono

$$\mu_y = a\mu_x + b$$

$$\sigma_y = a\sigma_x$$

## Teoremi sulla vc funzione di un'altra - 2

---

### **Teorema 3 – Trasformazione qualunque di una vc qualunque**

Se  $X$  è vc qualunque avente media e deviazione standard  $\mu_x$  e  $\sigma_x$  e  $g(u)$  è una funzione qualunque  $g$  con un andamento abbastanza regolare, senza grosse variazioni di pendenza, sull'intervallo in cui  $X$  si concentra allora

$$\mu_y \approx g(\mu_x)$$

$$\sigma_y \approx g'(\mu_x)\sigma_x$$

## L'esempio dell'area del quadrato

---

Determinare l'area di un quadrato di cui si misura il lato

$$L, \mu_L, \sigma_L$$

$$A, \mu_A, \sigma_A$$

$$g(u) = u^2$$

Si ha

$$\mu_A \approx g(\mu_L) = \mu_L^2$$

$$\sigma_A \approx g'(\mu_L)\sigma_L = 2\mu_L\sigma_L$$



## L'esempio dell'area del quadrato - 2

---

Interpretazione facile

$$\tilde{L} = \bar{L} + \varepsilon_L$$

$$\tilde{A} = \bar{A} + \varepsilon_A$$

Ma evidentemente si ha anche

$$\tilde{A} = \tilde{L}^2 = (\bar{L} + \varepsilon_L)^2 = \bar{L}^2 + 2\bar{L}\varepsilon_L + \varepsilon_L^2$$

